



Physikalisches A-Praktikum
Versuch 08

Der Dampfdruck von Wasser

Praktikanten: Julius Strake Betreuer: Hendrik Schmidt
 Niklas Böltner Durchgeführt: 22.05.2012
Gruppe: 17 Unterschrift: _____

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	4
2 Theorie	4
2.1 Dampfdruck	4
2.2 Widerstandsthermometer	5
3 Durchführung	5
4 Auswertung	5
4.1 Verdampfungswärme Λ_V	6
4.2 Siedepunkt T_0	7
4.3 Dampfdruck bei 0°C	7
4.4 Siedetemperatur von Wasser auf der Zugspitze	8
5 Diskussion	8
5.1 Arrheniusgraph	8
5.2 Verdampfungswärme und Siedetemperatur	8
5.3 Dampfdruck	8
A Tabellen und Grafiken	9

1 Einleitung

Wie und unter welchen Umständen bildet sich Nebel? Warum und auf welche Art und Weise funktioniert ein Schnellkochtopf? Diese und viele andere Fragen lassen sich durch die Untersuchung von Verdampfungs- und Kondensationsvorgängen beantworten.

Um speziell die Eigenschaften von Wasser zu untersuchen, ist das Ziel dieses Versuches, den charakteristischen und temperaturabhängigen Dampfdruck des Wassers zu messen und die Temperaturabhängigkeit genauer zu untersuchen. Diese Temperaturabhängigkeit wird durch die CLAUSIUS-CLAPEYRON-Gleichung (siehe Theorieteil) beschrieben, die Benoit Clapeyron im neunzehnten Jahrhundert entwickelte und die von Rudolf Clausius aus den thermodynamischen Theorien abgeleitet wurde.

2 Theorie

2.1 Dampfdruck

In den vorigen Versuchen war die ideale Gasgleichung eine gute Näherung für die ablaufenden Prozesse. Betrachtet man jedoch reale Gase, die sich nicht näherungsweise wie ideale Gase verhalten, führt diese Näherung zu großen Fehlern. Daher werden in diesem Versuch, in dem der hochgradig nichtideale Wasserdampf betrachtet wird, folgende Formeln verwendet [3]:

Die VAN DER WAALSSche Zustandsgleichung (reale Gasgleichung):

$$\left(p + \frac{a}{V_{mol}^2} \right) (V_{mol} - b) = RT,$$

wobei R die universelle Gaskonstante, T die Temperatur, p den äußeren Druck, a/V_{mol}^2 den *Binnendruck* und b das *Kovolumen* bezeichnen, welches etwa dem vierfachen Eigenvolumen der Moleküle eines Mols entspricht [3]. Für Wasser gilt [1]:

$$a = 0.5537 \text{ Pa m}^6, b = 3.05 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3.$$

Die molare Verdampfungswärme Λ_V gibt an, wie viel Wärme einer Flüssigkeit zugeführt werden muss, um sie bei konstanter Temperatur zu einem Aggregatzustandswechsel zu bewegen. Sie setzt sich aus der inneren und äußeren Verdampfungswärme zusammen, wobei die äußere Wärme verbraucht wird, um das ursprüngliche Volumen auf das Volumen von 1 g Dampf auszudehnen. Die innere Wärme wird zur Überwindung der Molekularkräfte (vergleiche auch Versuch 05 - *Kapillarität und Viskosität*) aufgewendet, ist also sehr viel größer als die äußere.

Die gesamte Verdampfungswärme ergibt sich zu [3]:

$$\Lambda_V = T \frac{dp}{dT} (V_D - V_{Fl}),$$

wobei T die Temperatur, p den Druck und V_D und V_{Fl} die Volumina der Dampf- bzw. Flüssigkeitsphase bezeichnen. Hieraus folgt [3]:

$$p \propto e^{-\Lambda/RT},$$

oder mit Randbedingungen:

$$p = p_0 \exp [\Lambda_V R^{-1} (T_0^{-1} - T^{-1})]. \quad (1)$$

2.2 Widerstandsthermometer

Im Versuch wird ein sogenanntes *Pt1000*-Widerstandsthermometer verwendet, welches bei 0°C einen Widerstand von $1000\,\Omega$ aufweist. Dieser steigt wie ein Polynom zweiter Ordnung mit der Temperatur an (siehe Auswertung).

3 Durchführung

Zunächst wird am Widerstandsthermometer der Widerstand vor dem Heizen abgelesen. Anschließend wird die Heizplatte eingeschaltet, um den nun steigenden Druck und den jeweiligen Widerstand zu messen. Hierbei wird aus Gründen der Ablesegenauigkeit bei jedem Skalenstrich des Manometers ein Wertepaar abgelesen. Der Skalenabstand beträgt 1 bar.

Aus Sicherheitsgründen wird beim Erreichen eines Widerstandes von $1.9\,\text{k}\Omega$ oder eines Drucks von 45 bar die Heizplatte ausgeschaltet. Nun wird die Messung beim Abkühlvorgang gänzlich analog durchgeführt.

4 Auswertung

Zunächst müssen die Messwerte des Widerstandsthermometers in die entsprechende Temperatur θ umgerechnet werden. Dazu sind folgende Angaben auf dem Thermometer angegeben:

$$\begin{aligned} R(\theta) &= 1000\,\Omega(1 + A\theta + B\theta^2) \\ A &= 3.9083 \cdot 10^{-3}\,1/\text{ }^\circ\text{C} \\ B &= -5.775 \cdot 10^{-7}\,1/\text{ }^\circ\text{C}^2. \end{aligned}$$

Nach kurzem Umstellen erhält man:

$$\theta(R) = \frac{-A}{2B} \pm \sqrt{\frac{A^2}{4B^2} + \frac{1}{B} \left(\frac{R}{R_0} - 1 \right)}.$$

Dabei wurde der Fehler $\Delta\theta = \pm(0.3\,\text{ }^\circ\text{C} + 0.005\theta)$ der Praktikumsanleitung [1, S. 81] entnommen. Es ergeben sich die Temperaturen in Tab. 1.

Nun werden die Drücke und Temperaturen als Arrheniusgraph ($\log(p) = 1/T$) aufgetragen, und wie erwartet ist ein linearer Zusammenhang ersichtlich.

Mit linearer Regression (gnuplot) werden die Steigung m und der Y-Achsenabschnitt b bestimmt ($\log(p) = mT^{-1} + b$).

Für die Aufheizung (Abb. 1) ergeben sich:

$$\begin{aligned} m_{\text{Heiz}} &= (-4826 \pm 34)\,\text{K} \\ b_{\text{Heiz}} &= (24.38 \pm 0.10). \end{aligned}$$

Und für die Abkühlung entsprechend (Abb. 2):

$$\begin{aligned} m_{\text{Kühl}} &= (-5092 \pm 32)\,\text{K} \\ b_{\text{Kühl}} &= (25.01 \pm 0.09). \end{aligned}$$

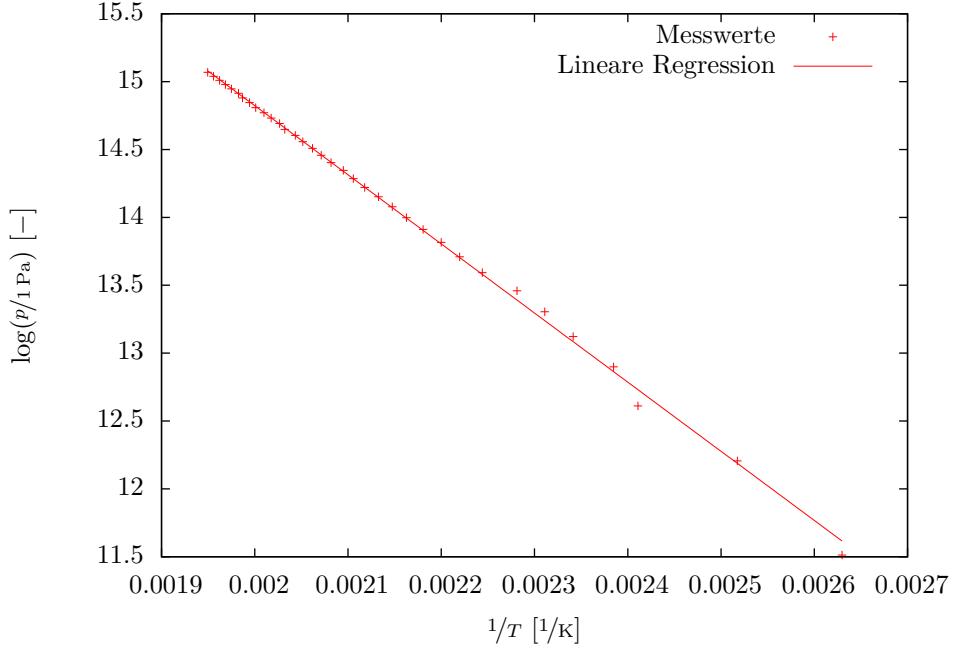


Abbildung 1: Arrheniusgraph bei Aufheizung mit linearer Regression.

Nun kann man die Geradengleichung umstellen und mit Gleichung (1) vergleichen.

$$\log\left(\frac{p}{1 \text{ Pa}}\right) = mT^{-1} + b \quad (2)$$

$$p = \exp[mT^{-1} + b] = p_0 \exp[\Lambda_V R^{-1} (T_0^{-1} - T^{-1})] \quad (2)$$

$$mT^{-1} + b = \Lambda_V R^{-1} T_0^{-1} - \Lambda_V R^{-1} T^{-1} + \log(p_0/1 \text{ Pa})$$

$$m = -\Lambda_V R^{-1}$$

$$b = \Lambda_V R^{-1} T_0^{-1} + \log(p_0/1 \text{ Pa})$$

$$\Rightarrow \Lambda_V = -mR \quad (3)$$

$$\Rightarrow T_0 = \frac{\Lambda_V R^{-1}}{b - \log(p_0/1 \text{ Pa})} = \frac{-m}{b - \log(p_0/1 \text{ Pa})} = \frac{m}{\log(p_0/1 \text{ Pa}) - b} \quad (4)$$

4.1 Verdampfungswärme Λ_V

Die Verdampfungswärme kann nun mit der Formel (3) einfach ausrechnen. Dabei wurde $R = 8.3145 \text{ J/mol K}$ angenommen [1, S. 4].

Der Fehler berechnet sich zu $\sigma_{\Lambda_V} = R\sigma_m$.

$$\Lambda_{V,\text{Heiz}} = (40129 \pm 280) \text{ J/mol}$$

$$\Lambda_{V,\text{Kühl}} = (42333 \pm 264) \text{ J/mol}$$

Aus den beiden Messreihen wird auch noch ein gewichtetes Mittel gebildet.

$$\boxed{\Lambda_V = (41296 \pm 193) \text{ J/mol}}$$

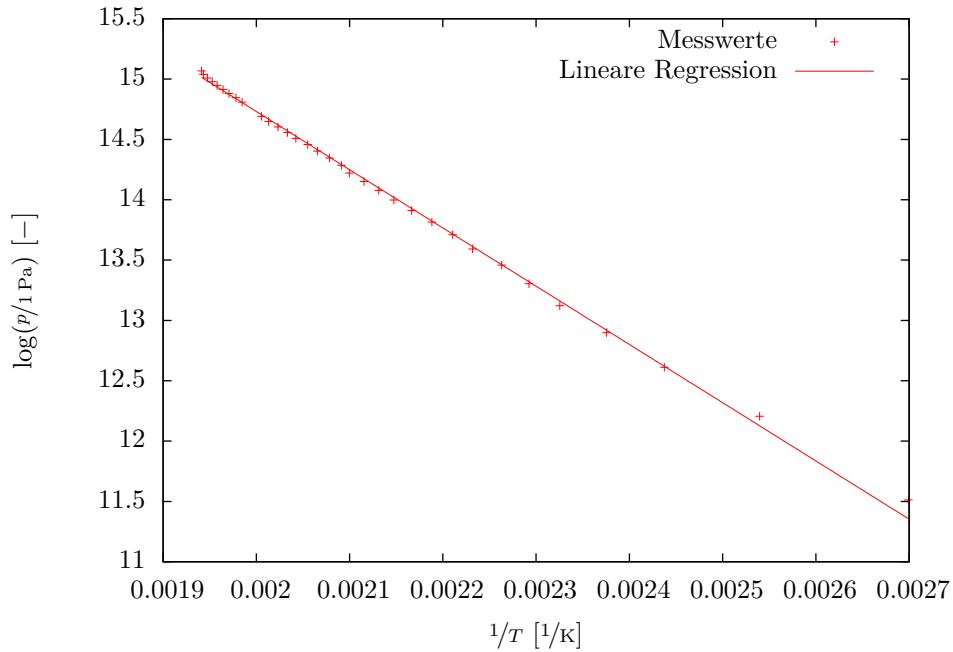


Abbildung 2: Arrheniusgraph bei Abkühlung mit linearer Regression.

4.2 Siedepunkt T_0

Unter Benutzung der Formel (4) lässt sich nun der Siedepunkt bestimmen. Dabei wird $p = p_0$ zum Siedezeitpunkt angenommen. Als Fehler ergibt sich dabei:

$$\sigma_{T_0} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{\log(p_0/1 \text{ Pa}) - b}\right)^2 + \left(\frac{m\sigma_b}{(\log(p_0/1 \text{ Pa}) - b)^2}\right)^2}$$

$$T_{0,\text{Heiz}} = (375.2 \pm 4.0) \text{ K} = (102.0 \pm 4.0)^\circ\text{C}$$

$$T_{0,\text{Kühl}} = (377.5 \pm 3.5) \text{ K} = (104.4 \pm 3.5)^\circ\text{C}$$

4.3 Dampfdruck bei 0°C

Für den Dampfdruck bei 0°C kann einfach $T = 273.15 \text{ K}$ in Formel (2) eingesetzt werden.

$$p = \exp\left[\frac{m}{273.15 \text{ K}} + b\right]$$

$$\sigma_p = p \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{273.15 \text{ K}}\right)^2 + \sigma_b^2}$$

$$p_{\text{Heiz}} = (824 \pm 131) \text{ Pa}$$

$$p_{\text{Kühl}} = (582 \pm 93) \text{ Pa}$$

Auch hier erscheint es sinnvoll, ein gewichtetes Mittel zu berechnen:

$$p = (663 \pm 76) \text{ Pa}$$

4.4 Siedetemperatur von Wasser auf der Zugspitze

Nun ist die Siedetemperatur von Wasser bei einer Höhe von $h = 2962\text{ m}$ über NN zu bestimmen. Dafür wird zuerst der Luftdruck mit der barometrischen Höhenformel bestimmt [3, S. 99]:

$$p = 1013 \text{ hPa} \cdot \exp\left(\frac{-h}{8005 \text{ m}}\right) = 7.00 \cdot 10^4 \text{ Pa.}$$

Nun stellt man Gleichung (2) nach T um:

$$T = \left(\frac{\log\left(\frac{p_0}{p}\right)R}{\Lambda_V} + T_0^{-1} \right)^{-1} = 363.1 \text{ K} = 89.9^\circ\text{C}$$

5 Diskussion

5.1 Arrheniusgraph

Bei der linearen Regression mit gnuplot wurden die Drücke als exakt angenommen, da nur für die Temperaturen unterschiedliche Gewichtungen bzw. Varianzen der Messwerte berechnet werden konnten. Dies ändert also nichts am Ergebnis der Regression, führt aber zu unterschätzten Fehlern, da vor allem systematische Fehler bei der Druckmessung nicht berücksichtigt werden konnten.

5.2 Verdampfungswärme und Siedetemperatur

Für das gewichtete Mittel der Verdampfungswärmen beim Erhitzen und Abkühlen lässt sich eine relative Abweichung vom Literaturwert (40650 J/mol, [2, S. 6-105]) von 1.59 % berechnen. Dies liegt leider nicht im 1- σ -Konfidenzintervall, ist aber trotzdem eine recht kleine Abweichung. Der Fehler wurde also, wie oben schon vermutet, unterschätzt.

Bei der Siedetemperatur des Wassers sind die relativen Abweichungen vom Literaturwert [2, S. 6-105] mit 0.61 % beim Erhitzen und 1.22 % beim Abkühlen wiederum sehr klein. Diesmal liegt auch einer der Werte im Konfidenzintervall.

5.3 Dampfdruck

Hier lässt sich die Abweichung vom Literaturwert (612 Pa, [2, S. 6-5]) um einerseits 34.72 % bei der Messung während des Erhitzens und andererseits 4.85 % bei der Messung während des Abkühlens durch den exponentiellen Zusammenhang, der zur Berechnung des Drucks verwendet wurde, erklären.

Durch diesen pflanzen sich selbst kleine Fehler von wenigen Prozent derart fort, dass die große relative Abweichung des gemittelten Werts vom Literaturwert nicht verwunderlich ist.

Auch das gewichtete Mittel weicht um 8.4 % noch recht deutlich ab, durch die Fehlerfortpflanzung wird aber der exponentielle Zusammenhang korrekt berücksichtigt, so dass der Literaturwert noch im Konfidenzintervall liegt.

Der Unterschied der Abweichungen bei den beiden Messreihen scheint aus einem systematischen Fehler hervorzugehen, da die Messung beim Erhitzen stark nach oben abweicht, die Messung beim Abkühlen jedoch nur recht schwach nach unten. Dieser Fehler könnte mehrere Ursachen haben, wie zum Beispiel eine unzulängliche Positionierung des Pt-1000-Temperaturmessfühlers oder eine Abweichung in der Nulllage des Manometers.

A Tabellen und Grafiken

p [10 ⁵ Pa]	Erhitzung			Abkühlung		
	R [Ω]	θ [°C]	$\Delta\theta$ [°C]	R [Ω]	θ [°C]	$\Delta\theta$ [°C]
0	1114	29.3	0.5			
1	1412	107.1	0.9	1375	97.3	0.8
2	1476	124.1	1.0	1463	120.6	1.0
3	1542	141.6	1.1	1525	137.1	1.0
4	1559	146.2	1.1	1565	147.8	1.1
5	1588	153.9	1.1	1599	156.9	1.1
6	1609	159.6	1.1	1622	163.1	1.2
7	1630	165.2	1.2	1643	168.7	1.2
8	1657	172.5	1.2	1666	174.9	1.2
9	1675	177.4	1.2	1682	179.2	1.2
10	1690	181.4	1.3	1699	183.8	1.3
11	1705	185.5	1.3	1716	188.4	1.3
12	1719	189.3	1.3	1731	192.5	1.3
13	1731	192.5	1.3	1744	196.0	1.3
14	1743	195.8	1.3	1757	199.6	1.3
15	1755	199.0	1.3	1770	203.1	1.4
16	1765	201.7	1.4	1777	205.0	1.4
17	1774	204.2	1.4	1788	208.0	1.4
18	1785	207.2	1.4	1799	211.0	1.4
19	1794	209.6	1.4	1808	213.5	1.4
20	1802	211.8	1.4	1819	216.5	1.4
21	1811	214.3	1.4	1827	218.7	1.4
22	1818	216.2	1.4	1836	221.1	1.5
23	1828	218.9	1.4	1845	223.6	1.5
24	1833	220.3	1.5	1852	225.5	1.5
25	1841	222.4	1.5			
26	1848	224.4	1.5			
27	1856	226.6	1.5	1871	230.7	1.5
28	1862	228.3	1.5	1877	232.4	1.5
29	1869	230.2	1.5	1884	234.3	1.5
30	1873	231.3	1.5	1890	235.9	1.5
31	1880	233.2	1.5	1896	237.6	1.5
32	1886	234.8	1.5	1901	239.0	1.5
33	1892	236.5	1.5	1906	240.3	1.6
34	1898	238.1	1.5	1910	241.4	1.6
35	1904	239.8	1.5	1912	242.0	1.6

Tabelle 1: Gemessene Drücke und Widerstände und daraus berechnete Temperaturen

Literatur

- [1] GROSSE-KNETTER, Jörn ; SCHAAF, Peter: *Das Physikalische Praktikum : Handbuch 2012 für Studentinnen und Studenten der Physik.* Universitätsverlag Göttingen, 2012
- [2] LIDE, David P. (Hrsg.): *CRC Handbook of Chemistry and Physics.* 90. Ausgabe. CRC, 2010
- [3] MESCHEDE, Dieter: *Gerthsen Physik.* 23. Ausgabe. Springer, 2006