Physikalisches A-Praktikum

Versuch 11

# Messung großer Widerstände


| | | | |
|---|---|---|---|
| Praktikanten: | Julius Strake | Betreuer: | Johannes Schmidt |
| | Niklas Bölter | Durchgeführt: | 13.09.2012 |
| Gruppe: | B006 | Unterschrift: | |

E-Mail: niklas.boelter@stud.uni-goettingen.de
julius.strake@stud.uni-goettingen.de

# Inhaltsverzeichnis


**1 Einleitung** **4**

**2 Theorie** **4**

2.1 Messung großer Widerstände . . . . . 4

2.2 Der Stromintegrator . . . . . 4

2.3 Kapazität und Induktivität im Schwingkreis . . . . . 4

2.4 Induktivität der Luftspule . . . . . 5

**3 Durchführung** **5**

3.1 Eichung . . . . . 5

3.2 Messung des unbekannten Widerstands . . . . . 5

3.3 Schwingkreis . . . . . 6

3.4 Zusätzliche Messungen . . . . . 6

**4 Auswertung** **6**

4.1 Bestimmung der Eichkonstante des Stromintegrators . . . . . 6

4.2 Bestimmung von $C_{\mathrm{Pl}}$ mit Stromintegrator . . . . . 6

4.3 Bestimmung der elektrischen Feldkonstante . . . . . 7

4.4 Bestimmung von $R_{\mathrm{iso}}$ und $R_X$ mit Stromintegrator . . . . . 7

4.5 Bestimmung von $C_{\mathrm{Pl}}$ und des Innenwiderstands $R_0$ . . . . . 8

4.6 Bestimmung von $R_{\mathrm{x}}$ . . . . . 11

4.7 Induktivitäten und Widerstände der Spulen . . . . . 12

4.8 Kapazität des kommerziellen Kondensators . . . . . 12

**5 Diskussion** **15**

**A Tabellen und Grafiken** **17**

# 1 Einleitung

Bei diesem Versuch sollen die Kapazität, Induktivität und der Ohmsche Widerstand von Bauelementen bestimmt werden. Dafür wird ein Schwingkreis sowie ein Stromintegrator benutzt. Ein Schwerpunkt liegt auf einem sehr hochohmigen Bauelement, bei dem der Widerstand nicht wie üblich mittels Spannungsabfall bestimmt werden kann.

# 2 Theorie

## 2.1 Messung großer Widerstände

Zur Bestimmung des unbekannten Widerstands wird der Entladevorgang eines Kondensators benutzt. Für die verbleibende Ladung $Q$ auf dem Kondensator gilt:(Demtröder, 2004, S. 49)

$$Q(t) = Q_0 \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \tag{1}$$

Dabei bezeichnet $Q_0$ die ursprüngliche Ladung, $t$ die verstrichene Zeit, $C$ die Kapazität des entladenen Kondensators und $R$ den Widerstand, über den entladen wurde.

Misst man nun nach einer bekannten Entladezeit die verbliebene Ladung, so lässt sich der Widerstand berechnen.

## 2.2 Der Stromintegrator

Zur Messung der Ladungen wird ein *Stromintegrator* eingesetzt. Dabei wird ein Operationsverstärker so geschaltet, dass er kontinuierlich den fliessenden Strom aufintegriert.

## 2.3 Kapazität und Induktivität im Schwingkreis

Bei diesem Versuchsteil wird ein RLC-Parallelschwingkreis benutzt, in dem sich eine gedämpfte harmonische Oszillation einstellt:

$$\ddot{Q} + 2\beta\dot{Q} + \omega_0^2 Q = 0.$$

Lösen der DGL liefert die folgenden Gleichungen: (Meschede, 2006, S. 413)

$$\beta = \frac{R}{2L}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \tag{2}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \tag{3}$$

Dabei wird $\beta$ *Dämpfungskonstante* genannt, $T$ ist die *Periodendauer* der Oszillation, $\omega_0$ die Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung und $\omega$ die messbare Kreisfrequenz des realen Schwingkreises.

Das logarithmische Dekrement, also der natürliche Logarithmus des Verhältnisses von aufeinanderfolgenden Maxima, ergibt sich wie folgt:

$$\Lambda = \ln\left(\frac{Q(t_0+T)}{Q(t_0)}\right) = \ln\left(\frac{Q_0\exp(\beta(t_0+T))}{Q_0\exp(\beta t_0)}\right) = \beta T = \frac{R}{2L}T. \tag{4}$$

Umstellen von Gleichung (2) nach $L$ und Einsetzen von Gleichung (3) führt zu:

$$L = \frac{1}{C\omega_0^2} = \frac{1}{C\left(\omega^2+\beta^2\right)}$$

Mit den obigen Gleichungen kann nun nach $T$ und $\Lambda$ umgestellt werden:

$$L = \frac{1}{C\left(\frac{4\pi^2}{T^2}+\frac{\Lambda^2}{T^2}\right)} = \frac{T^2}{C\left(4\pi^2+\Lambda^2\right)} \tag{5}$$

## 2.4 Induktivität der Luftspule

Für die Induktivität der Luftspule gilt folgende Formel: (Meschede, 2006, S.387)

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} = \frac{\mu_0 N^2 \pi d^2}{4l} \tag{6}$$

Dabei bezeichnet $N$ die Windungszahl, $d$ den Durchmesser und $l$ die Länge der Spule.

# 3 Durchführung

## 3.1 Eichung

Da der Stromintegrator Werte in willkürlichen Skaleneinheiten anzeigt, muss er zuerst geeicht werden. Dafür werden mit Hilfe des Eichgenerators Stromstöße vorgegebener Länge erzeugt, und die ausgegebenen Skaleneinheiten notiert.

## 3.2 Messung des unbekannten Widerstands

Nun wird der Messkreis aufgebaut und der Plattenkondensator auf 200 V augeladen. Die ursprüngliche Ladung $Q_0$ wird sofort nach dem Aufladen mit dem Stromintegrator bestimmt. Diese Messung wird mindestens vier mal wiederholt. Danach wird der Plattenkondensator nach dem Aufladen über den unbekannten Widerstand entladen, und nach einer vorgegebenen Zeit ($t = 0, 2, 4, 6, 8, 10, 20, 30, 60\,\mathrm{s}$) die verbliebene Ladung bestimmt. Um zusätzliche Ströme, zum Beispiel durch den endlichen Isolationswiderstand des Plattenkondensators, später herausrechnen zu können, wird diese Messung auch ohne den unbekannten Widerstand durchgeführt ($t = 0, 1, 2, 4\,\mathrm{m}$).

### 3.3 Schwingkreis

Nun wird der Schwingkreis aufgebaut und für verschiedene Konfigurationen der Spannungsverlauf am Kondensator mit einem Oszilloskop aufgenommen und ausgedruckt. Bei allen Konfigurationen ist der Impulsgenerator enthalten.

a. Nur Impulsgenerator.
b. Mit Plattenkondensator.
c. Mit Plattenkondensator und $2\,\mathrm{M\Omega}$ Widerstand.
d. Mit Plattenkondensator und unbekanntem $R_\mathrm{x}$ parallel.
e. Mit Plattenkondensator und Drosselspule parallel.
f. Mit Plattenkondensator und Luftspule parallel.
g. Mit kommerziellem Kondensator und $2\,\mathrm{M\Omega}$ Widerstand parallel.

### 3.4 Zusätzliche Messungen

Außerdem wird auch Innenwiderstand des Oszilloskops, die Widerstände von Drosselspule, Luftspule, $2\,\mathrm{M\Omega}$-Widerstand, Plattenkondensator und dem unbekannten Widerstand mit einem Multimeter gemessen. Die Kapazität der beiden Kondensatoren wird ebenfalls bestimmt, und die Daten der Spulen werden notiert.

## 4 Auswertung

### 4.1 Bestimmung der Eichkonstante des Stromintegrators

Da Eichspannung und Eingangswiderstand des Integrators bekannt sind, kann der durch den Integrator fliessende Strom einfach bestimmt werden:

$$I = \frac{U}{R} = (1.238 \pm 0.015) \cdot 10^{-4}\,\mathrm{A}$$

Aus den Pulsbreiten des Eichpulses und der Stromstärke kann nun die geflossene Ladung berechnet und mit dem angezeigten Skalenwert verglichen werden. Aus den sich daraus ergebenen Eichkonstanten (Tab. 1) wird ein gewichteter Mittelwert gebildet:

$$\boxed{\kappa = (1.030 \pm 0.043)\,{}^{\mathrm{Skt.}}/_{\mu\mathrm{C}}}$$

### 4.2 Bestimmung von $C_\mathrm{Pl}$ mit Stromintegrator

Aus der gemessenen Anfangsladung des Plattenkondensators (Tab. 2) kann ein gewichtetes Mittel berechnet werden:

$$Q_0 = (0.880 \pm 0.023)\,\mu\mathrm{C}.$$

Also gilt damit für die Kapazität:

$$\boxed{C_{\mathrm{Pl}} = \frac{Q_0}{U_0} = (4.00 \pm 0.14)\,\mathrm{nF}}$$

## 4.3 Bestimmung der elektrischen Feldkonstante

Mit den Angaben aus der Praktikumsanleitung lässt sich die Kapazität des Plattenkondensators auch direkt berechnen: (Kirchhoff und Planck, 1891)

$$\begin{aligned} C_{\mathrm{Pl,theo}} &= (n-1)\epsilon_0\epsilon_{\mathrm{r}} \left( \frac{\pi r^2}{d} + r \left[ \ln\left( \frac{16\pi r}{d} \right) - 1 \right] \right) \\ C_{\mathrm{Pl,theo}} &= \epsilon_0 \cdot 415.18\,\mathrm{m}. \end{aligned} \tag{7}$$

Gleichsetzen mit dem obigen Ergebnis ergibt nun:

$$\boxed{\epsilon_0 = \frac{C_{\mathrm{Pl}}}{415.18\,\mathrm{m}} = (9.64 \pm 0.33) \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F/m}.}$$

Die Abweichung vom Literaturwert (Lide, 2010, S. 1-2) beträgt etwa 8.9 %.

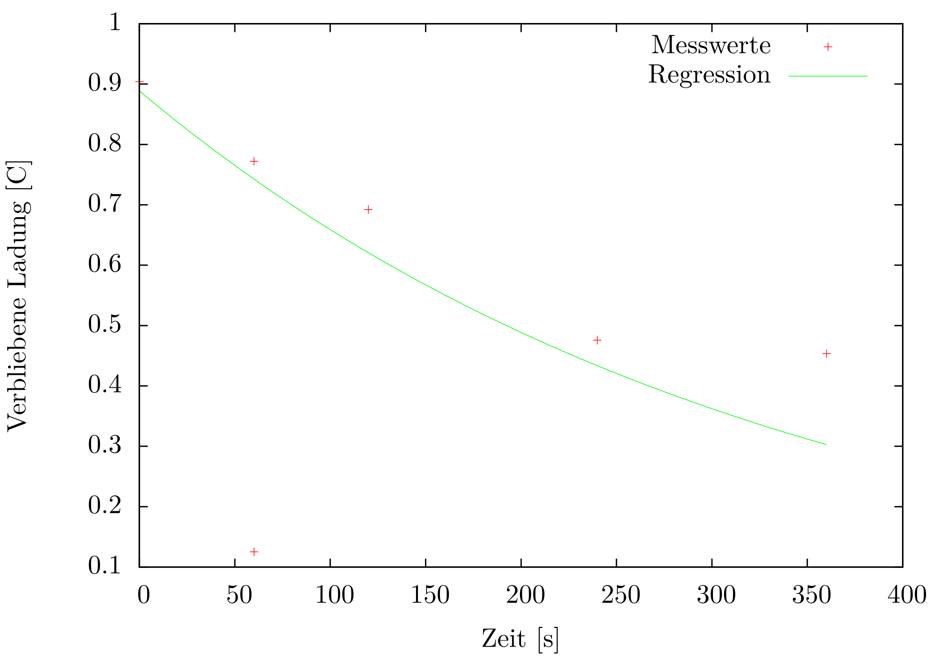


Abbildung 1: Entladekurve des Plattenkondensators ohne unbekannten Widerstand.

## 4.4 Bestimmung von $R_{\mathrm{iso}}$ und $R_X$ mit Stromintegrator

Die Entladekurven des Kondensators bei Selbstentladung und Entladung über den unbekannten Widerstand wurden in Abbildungen 1 bzw. 2 aufgetragen.

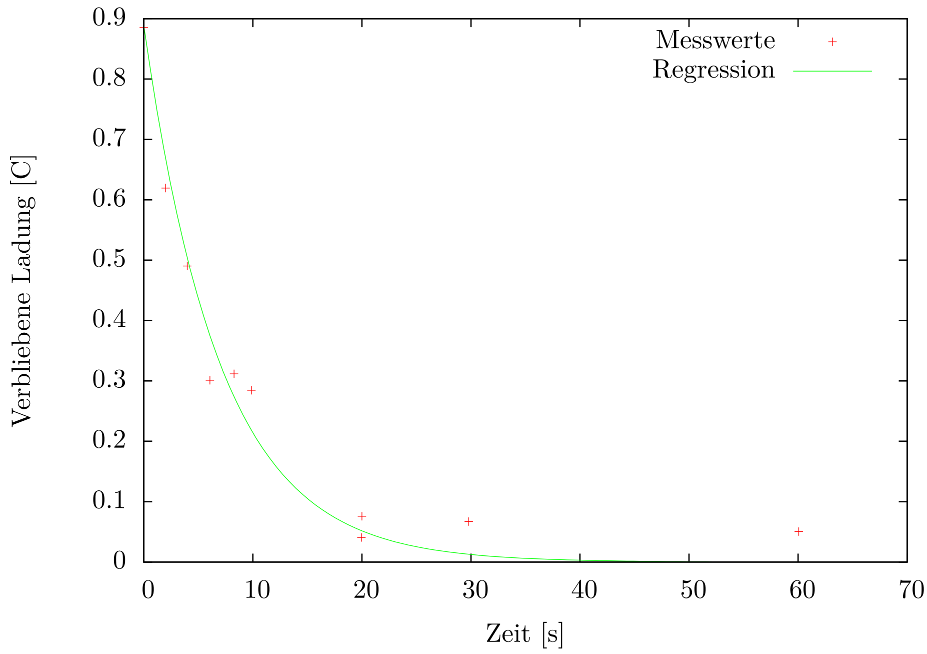


Abbildung 2: Entladekurve des Plattenkondensators mit unbekanntem Widerstand.

Eine exponentiale Regression[1] $Q(t) = Q_0 \cdot \exp\left(-{}^{\Lambda t}/_{1\,\mathrm{s}}\right)$ liefert die logarithmischen Dekremente:

$$\Lambda_{\mathrm{ohne}} = (3.0 \pm 1.6) \cdot 10^{-3}$$
$$\Lambda_{\mathrm{mit}} = (0.1422 \pm 0.0100).$$

Identifizierung von $\Lambda = \frac{1\,\mathrm{s}}{RC}$ durch Formel 1 liefert nun, da die Kapazität schon bestimmt wurde, sofort die Widerstände.

$$R_{\mathrm{iso}} = (8.36 \pm 4.49) \cdot 10^{10}\,\Omega$$
$$R_{\mathrm{ges}} = (1.76 \pm 0.14) \cdot 10^{9}\,\Omega$$

Da bei der Entladung über den unbekannten Widerstand beide Widerstände parallel geschaltet sind, lässt sich nun ebenfalls der unbekannte Widerstand berechnen:

$$\boxed{\begin{aligned} R_{\mathrm{iso}} &= (8.36 \pm 4.49) \cdot 10^{10}\,\Omega \\ R_{\mathrm{X}} &= \left(R_{\mathrm{ges}}^{-1} - R_{\mathrm{iso}}^{-1}\right)^{-1} = (1.79 \pm 0.15) \cdot 10^{9}\,\Omega. \end{aligned}}$$

## 4.5 Bestimmung von $C_{\mathrm{Pl}}$ und des Innenwiderstands $R_0$

Nach dem Ablesen der Messdaten aus den Ausdrucken werden jene graphisch aufgetragen (siehe Abb. 3 und 4) und exponentielle Regressionen[2] durchgeführt. Aus

[1] via gnuplot, $\chi^2_{\mathrm{red,ohne}} \approx 0.087$, $\chi^2_{\mathrm{red,mit}} \approx 0.0024$.
[2] via gnuplot, $\chi^2_{\mathrm{red,b}} \approx 11.9$, $\chi^2_{\mathrm{red,c}} \approx 49.9$

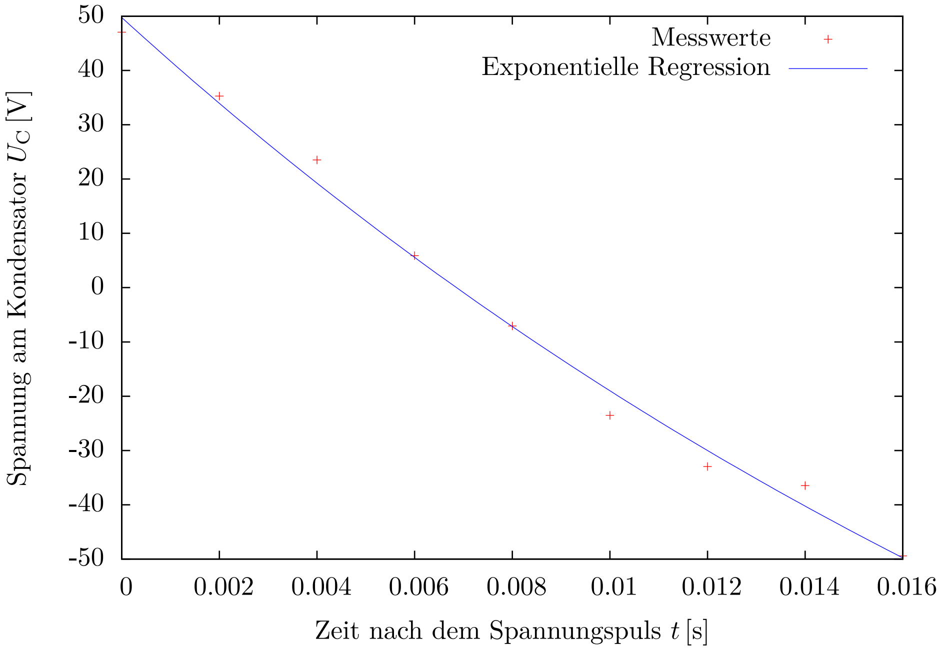


Abbildung 3: Entladekurve des Kondensators ohne Widerstand.

den so erhaltenen logarithmischen Dekrementen kann nun abgelesen werden:

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{1\,\mathrm{s}}{C_{\mathrm{Pl}} \cdot R_0} \\ &= (36.15 \pm 15.93) \\ \beta &= \frac{1\,\mathrm{s}}{C_{\mathrm{Pl}} \cdot R_{\mathrm{ges}}} \\ &= (82.52 \pm 11.03)\end{aligned} \tag{8}$$

Da $R_0$ und $R_2$ praktisch parallel geschaltet sind, gilt $R_{\mathrm{ges}}^{-1} = R_0^{-1} + R_2^{-1}$ und damit:

$$R_0 = \left(\frac{\beta}{\alpha} - 1\right) \cdot R_2 \tag{9}$$

Nach Einsetzen der vorher erhaltenen Werte für $\alpha$ und $\beta$ folgt dann:

$$\boxed{R_0 = (2.86 \pm 2.67)\,\mathrm{M\Omega}}$$

Durch Umstellen von Formel 8 lässt sich nun einfach die Kapazität des Plattenkondensators berechnen:

$$\boxed{C_{\mathrm{Pl}} = (9.66 \pm 9.06)\,\mathrm{nF}}$$

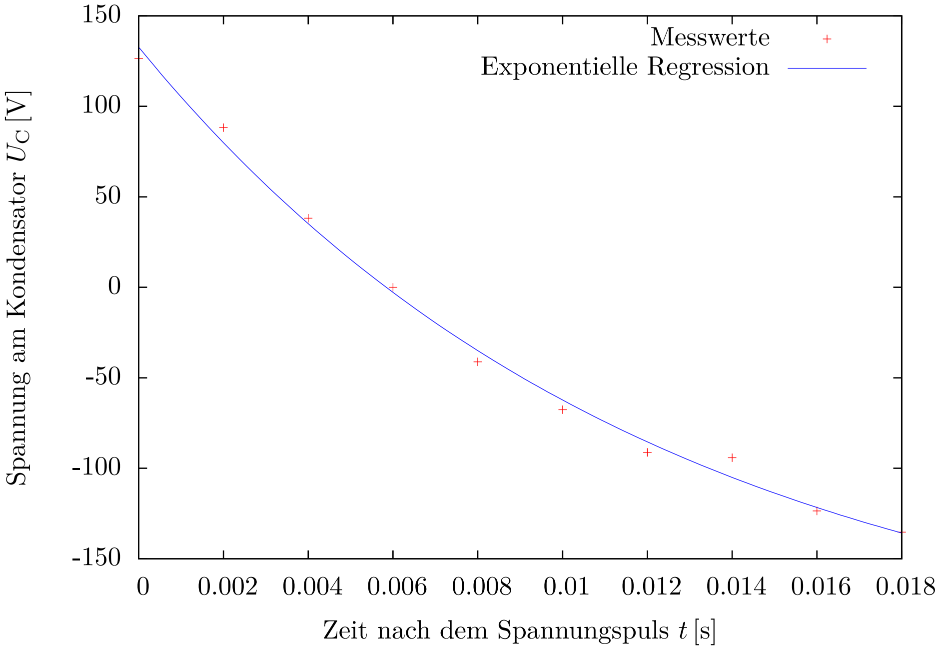


Abbildung 4: Entladekurve des Plattenkondensators mit 2 MΩ-Widerstand

## 4.6 Bestimmung von $R_x$

Zur Bestimmung von $R_x$ wurde bei Messung d der $2\,\mathrm{M}\Omega$-Widerstand mit dem unbekannten Widerstand vertauscht, sodass Formel 9 nach vertauschen von $R_2$ durch $R_x$ und von $\beta$ durch $\gamma$ nach kurzem Umstellen folgendes ergibt:

$$R_x = \frac{R_0}{\frac{\gamma}{\alpha} - 1}$$

Einsetzen des durch lineare Regression[3] (siehe auch Abb. 5) berechneten Wertes $\gamma = (37.31 \pm 19.54)\,{}^1\!/\mathrm{s}$ ergibt dann:

$$\boxed{R_x = (0.92 \pm 3.0)\,\mathrm{G}\Omega}$$

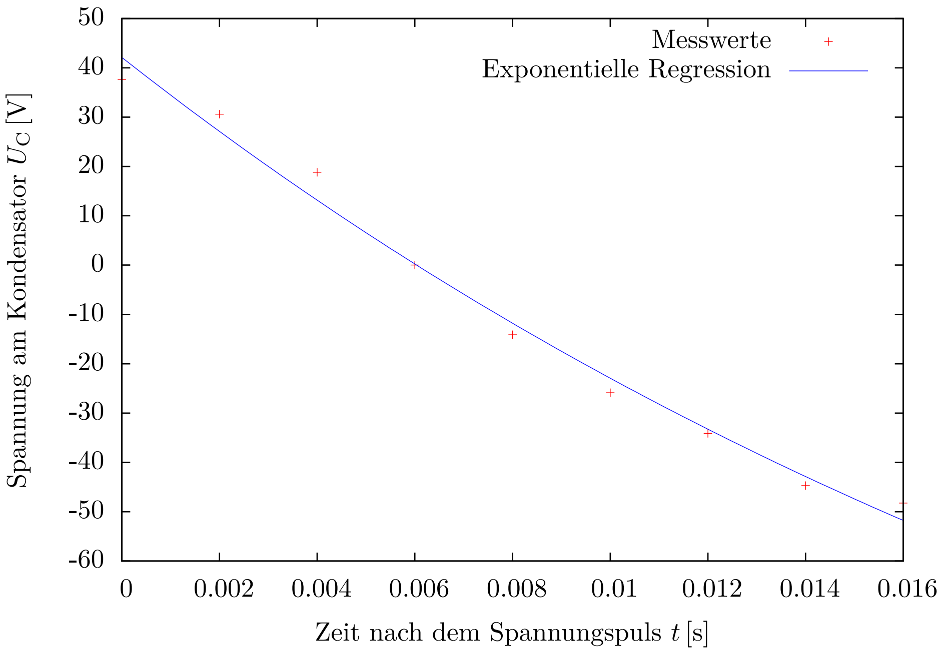


Abbildung 5: Entladekurve des Plattenkondensators mit unbekanntem Widerstand.

[3] via gnuplot, $\chi^2_{\text{red}} \approx 15.85$

## 4.7 Induktivitäten und Widerstände der Spulen

Die Spannungsverläufe der beiden LCR-Schwingkreise wurden in den Abbildungen 6 bzw. 7 aufgetragen. Mittels exponentieller Regression wurden die logarithmischen Dekremente bestimmt:

$$\Lambda_{\text{Luftspule}} = (361.4 \pm 1.8)$$
$$\Lambda_{\text{Drosselspule}} = (4.02 \pm 0.18)$$

Dafür wurde die Nullage korrigiert und dann zwei Regressionen für den unteren bzw. oberen Teil der Einhüllenden erstellt, deren Mittelwert als logarithmisches Dekrement benutzt wird. Mittels Formel (5) kann man nun die Induktivitäten der beiden Spulen berechnen:

$$\boxed{\begin{aligned} L_{\text{Luftspule}} &= (1.852 \pm 0.065) \cdot 10^{-2}\,\mathrm{H} \\ L_{\text{Drosselspule}} &= (1.30 \pm 0.11) \cdot 10^{1}\,\mathrm{H} \end{aligned}}$$

Durch Umstellen mittels Formel (4) kann man nun ebenfalls den Verlustwiderstand der beiden Spulen berechnen:

$$\boxed{\begin{aligned} R_{\text{Luftspule}} &= (1.025 \pm 0.037) \cdot 10^{2}\,\Omega \\ R_{\text{Drosselspule}} &= (6.46 \pm 0.66) \cdot 10^{3}\,\Omega \end{aligned}}$$

Auch aus den Spulendaten lässt sich mit Formel (6) die Induktivität berechnen:

$$\boxed{L_{\text{Luftspule}} = 1.997 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{H}}$$

## 4.8 Kapazität des kommerziellen Kondensators

Die Kapazität des kommerziellen Kondensators wird genau wie in 4.5 bestimmt. Die dafür nötige exponentielle Regression[4] ist in Abbildung 8 aufgetragen.

$$\gamma = (42.0 \pm 1.138)\,{}^{1}\!/\!_{\mathrm{s}}$$

$$\boxed{C_{\text{böse}} = \frac{\gamma}{R_2} = (1.066 \pm 0.038) \cdot 10^{-8}\,\mathrm{F}}$$

[4] via gnuplot, $\chi^2_{\text{red}} \approx 3.6$

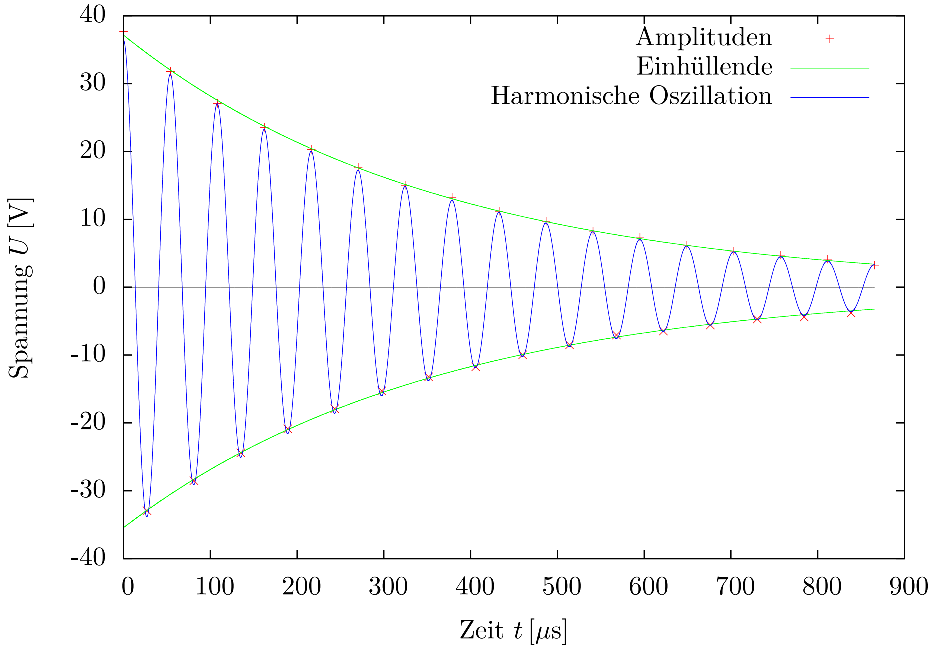


Abbildung 6: Einhüllende der gedämpften harmonischen Oszillation mit Luftspule und Plattenkondensator.

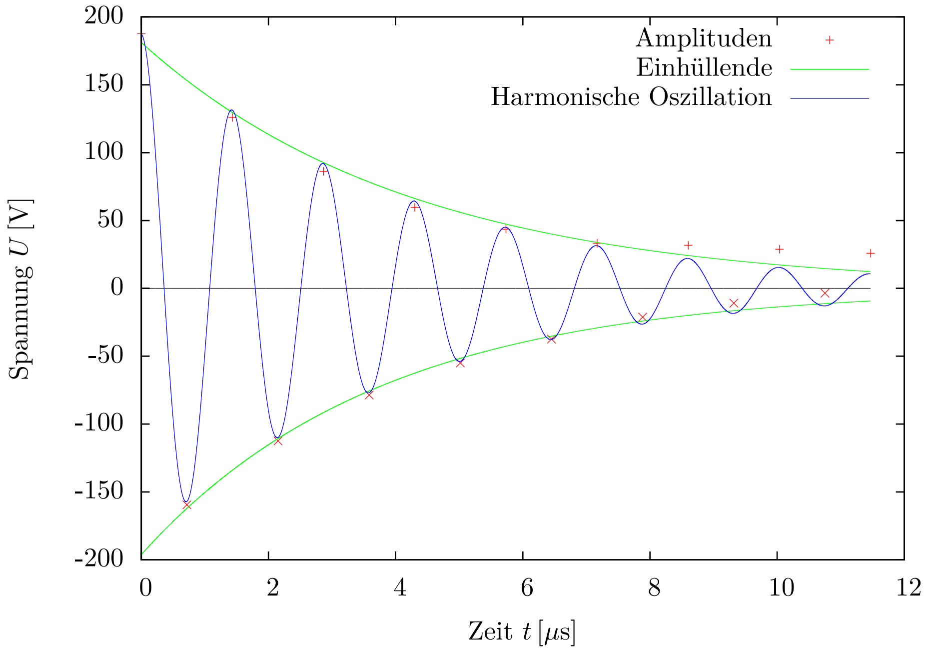


Abbildung 7: Einhüllende der gedämpften harmonischen Oszillation mit Drosselspule und Plattenkondensator.

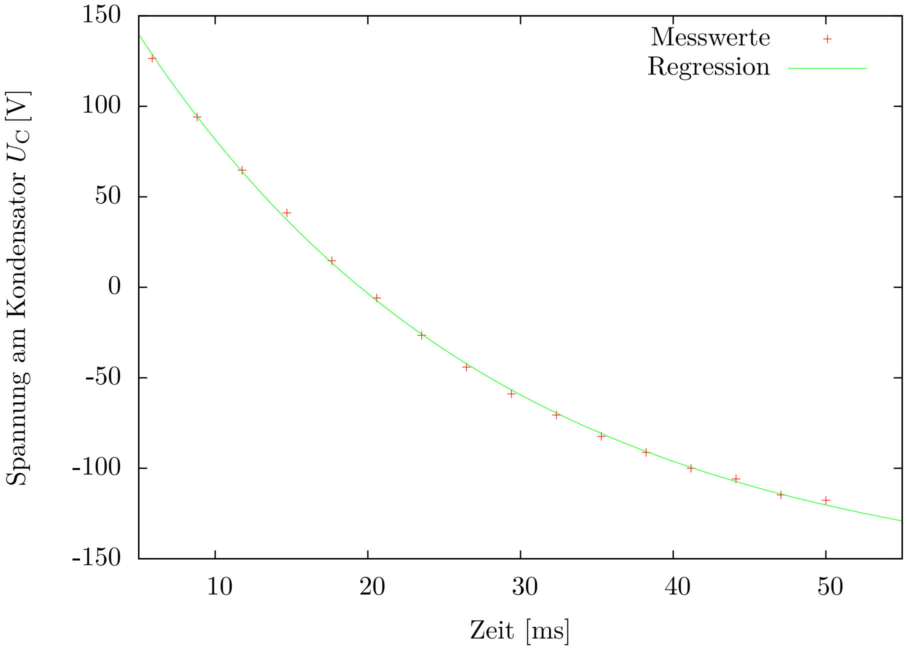


Abbildung 8: Entladekurve des kommerziellen Kondensators mit 2 MΩ-Widerstand.

# 5 Diskussion

Insgesamt fällt auf, dass die berechneten Werte teilweise vollkommen unbrauchbar sind.

Beispielsweise wurde die Kapazität des Plattenkondensators mit dem Stromintegrator zu $(4.00 \pm 0.14)$ nF und mit dem Multimeter zu $(4.04 \pm 1.3)$ nF bestimmt, was eine recht gute Übereinstimmung liefert. Aber die Bestimmung aus den Oszilloskop-Ausdrucken ergab einen Wert von $(9.66 \pm 9.06)$ nF. Dieser Wert weist also erst einmal eine große Abweichung von den anderen auf, hat dann aber auch noch einen riesigen Fehler, der ihn unbrauchbar macht.

Verantwortlich dafür könnte die Kapazität des Oszilloskops sein, diese wurde auf den Verdacht hin, dass sie die Messung beinflussen könnte, mit einem Multimeter zu $(44.8 \pm 13.0)$ nF bestimmt. Dies scheint ungewöhnlich hoch, sollte der Wert stimmen, dürften alle mit dem Oszilloskop bestimmten Werte, in die die Kapazität eines Kondensators einfliesst, vollkommen falsch sein.

Solch große Fehler treten vor allem bei den Auswertungspunkten 4.5 und 4.6 auf.

Die Werte für $R_{\mathrm{X}}$ aus der Schwingkreismessung sind also im Vergleich mit denen aus der Entladungsmessung vollkommen unzureichend. Aber selbst mit der besseren Entladungsmessung ließ sich der Isolationswiderstand nur sehr ungenau bestimmen, sodass die Messung großer Widerstände tatsächlich eine nicht zu unterschätzende Herausforderung darstellt. Auch die Multimeter kapitulierten und konnten weder $R_X$ noch $R_{\mathrm{iso}}$ messen.

Auch die Kapazitätsbestimmung für den kommerziellen Kondensator in 4.8 weicht extrem vom Multimeterwert $(3.80 \pm 0.16)$ nF nach oben ab, auch hier kann die Kapazität des Oszilloskops verantwortlich gemacht werden.

Betrachtet man nur die Multimeterwerte, so fällt auf, dass beide Kondensatoren eine recht ähnliche Kapazität besitzen. Dies ist natürlich durch das Dielektrikum zwischen den Folien zu erklären, welches eine höhere Permittivität als Luft besitzt und den viel kleineren Abstand der Folien im Vergleich zu den Platten erklärt. Im Vergleich zu modernen Kondensatoren sind aber beide Modelle lächerlich groß für ihre kleine Kapazität.

Ungewöhnlich gut passen jedoch die aus den Messwerten ermittelten Werte für die Induktivität der Luftspule, diese liegen sehr nah am theoretisch berechneten Wert. Auch ihr Verlustwiderstand passt sehr gut zu dem mit dem Multimeter zur Kontrolle gemessenen $(100.6 \pm 3.7)\,\Omega$. Die restliche Abweichung der Induktivität lässt sich auch dadurch erklären, dass für die theoretische Berechnung eine im Verhältnis zum Durchmesser extrem lange Spule angenommen wird, was den Wert etwas größer werden lässt.

Ungenauigkeit birgt auch die offenbare Spannungsdrift nach oben bei der Messung mit Drosselspule und Plattenkondensator (siehe Abb. 7). Der im Verhältnis zum Multimeterwert $(766 \pm 34)\,\Omega$ um 743 % nach oben abweichende Verlustwiderstand lässt sich durch den induktiven Widerstand der Spule erklären. Wegen ihrer viel größeren Induktivität ist natürlich auch der Blindwiderstand deutlich größer, so dass dieser stärker als bei der Luftspule ins Gewicht fällt.

Eine weitere Auffälligkeit ist die Abweichung des mit Formel (7) bestimmten Wertes für $\epsilon_0$ vom Literaturwert (etwa 9.8 %). Da die Werte von Multimeter und Stromintegrator sehr gut übereinstimmen, und die Praktikumsteilnehmer den Herren Kirchhoff und Planck (Kirchhoff und Planck, 1891) durchaus zutrauen, eine aussagekräftige Formel gefunden zu haben, weisen hier vielleicht die in der Praktikumsanleitung (Grosse-Knetter und Schaaf, 2012) angegebenen Werte einige Ungenauigkeiten auf.

Abschließend lässt sich sagen, dass dieser Versuch der bisher aufwendigste war. Trotz der widrigen Umstände sind ein paar verlässliche Werte entstanden. Zum Glück gab es viele Versuche, unter denen die Freizeit der Praktikumsteilnehmer weniger gelitten hat.

# A Tabellen und Grafiken

| **Pulsbreite** [ms] | **Ladung** [Skt.] | **Ladung** [$\mu$C] | **Eichkonstante** [Skt./$\mu$C] |
|---|---|---|---|
| $1.02 \pm 0.01$ | $0.135 \pm 0.05$ | $0.1260 \pm 0.0020$ | $1.03 \pm 0.39$ |
| $2.01 \pm 0.01$ | $0.261 \pm 0.05$ | $0.2492 \pm 0.0033$ | $1.03 \pm 0.20$ |
| $3.01 \pm 0.01$ | $0.389 \pm 0.05$ | $0.3728 \pm 0.0047$ | $1.03 \pm 0.13$ |
| $4.00 \pm 0.01$ | $0.515 \pm 0.05$ | $0.4953 \pm 0.0061$ | $1.03 \pm 0.10$ |
| $5.02 \pm 0.01$ | $0.646 \pm 0.05$ | $0.6220 \pm 0.0076$ | $1.031 \pm 0.082$ |
| $6.01 \pm 0.01$ | $0.771 \pm 0.05$ | $0.7438 \pm 0.0091$ | $1.030 \pm 0.069$ |

Tabelle 1: Eichkonstanten des Stromintegrators

| **Anfangsladung** | |
|---|---|
| [Skt.] | [$\mu$C] |
| $0.901 \pm 0.05$ | $0.875 \pm 0.061$ |
| $0.89 \pm 0.05$ | $0.864 \pm 0.061$ |
| $0.897 \pm 0.05$ | $0.871 \pm 0.061$ |
| $0.898 \pm 0.05$ | $0.872 \pm 0.061$ |
| $0.931 \pm 0.05$ | $0.904 \pm 0.062$ |
| $0.904 \pm 0.05$ | $0.878 \pm 0.061$ |
| $0.926 \pm 0.05$ | $0.899 \pm 0.062$ |

Tabelle 2: Anfangsladungen des Plattenkondensators

# Literatur

[Demtröder 2004] Demtröder, Wolfgang: *Experimentalphysik 2*. 3. Ausgabe. Springer, 2004

[Grosse-Knetter und Schaaf 2012] Grosse-Knetter, Jörn ; Schaaf, Peter: *Das Physikalische Praktikum : Handbuch 2012 für Studentinnen und Studenten der Physik*. Universitätsverlag Göttingen, 2012

[Kirchhoff und Planck 1891] Kirchhoff, G. ; Planck, M.: *Vorlesungen über Electricität und Magnetismus*. B. G. Teubner, 1891 (Vorlesungen über mathematische Physik)

[Lide 2010] Lide, David P. (Hrsg.): *CRC Handbook of Chemistry and Physics*. 90. Ausgabe. CRC, 2010

[Meschede 2006] Meschede, Dieter: *Gerthsen Physik*. 23. Ausgabe. Springer, 2006